

# Bestimmung des planckschen Wirkungsquantum und der Boltzmann-Konstante mit Hilfe von Halbleiterbauelementen (A9)

## *TEIL I: plancksches Wirkungsquantum*

### *Ziel des Versuches*

In diesem Versuch werden Sie sich mit Light Emitting Diodes (LEDs) beschäftigen, diese richtig beschalten lernen, die Schwellenspannung farblich unterschiedlicher Leuchtdioden messen und daraus das plancksche Wirkungsquantum bestimmen.

### *Vorkenntnisse*

- Dotierung von Halbleitern, p- und n-Leitung
- einfaches Bändermodell eines Festkörpers (Metall, Halbleiter, Isolator)
- pn-Übergang (Raumladungszone, Sperrschicht, Rekombination)
- Grundstromkreis (Maschensatz)
- Diodenkennlinie (Durchlass- und Sperrrichtung)
- Welle-Teilchen-Dualismus des Lichtes
- Photoeffekt, Einstein Beziehung

Informieren Sie sich bereits in Vorbereitung auf den Versuch anhand der Stichwörter in gängigen Lehrbüchern (z. B. Leistungskurslehrbuch: Metzler, Physik) oder Nachschlagewerken.

### *Theoretischer Hintergrund*

Eine Leuchtdiode, kurz LED genannt, ist ein elektronisches Halbleiterbauelement mit einem pn-Übergang. An der Kontaktfläche zweier unterschiedlich dotierter Halbleiter bildet sich eine Verarmungsrandschicht, da einige Elektronen in das p-Gebiet und einige Löcher in das n-Gebiet diffundieren und dort jeweils rekombinieren. Je nach Richtung des angelegten äußeren Feldes erweitert oder reduziert sich diese Randschicht (Sperrschicht). Diese nimmt in Sperrrichtung der Diode zu und in Durchlassrichtung ab. Bei der

LED treibt das in Durchlassrichtung angelegte Feld Elektronen und Löcher, die teilweise an der Kathode bzw. Anode injiziert worden sind, aufeinander zu, bis sie in der Randschicht unter Lichtaussendung rekombinieren.

Die  $I-U$ -Kennlinie verhält sich ähnlich wie die einer gewöhnlichen Gleichrichter-Diode. Während in der Sperrrichtung so gut wie kein Strom (wenige  $\mu\text{A}$ ) fließt, ist in Durchlassrichtung eine exponentielle Zunahme des Stromflusses ab einem bestimmten Spannungswert ( $U_S$ ) zu beobachten. In Abbildung 1 ist die Kennlinie einer LED gezeigt.

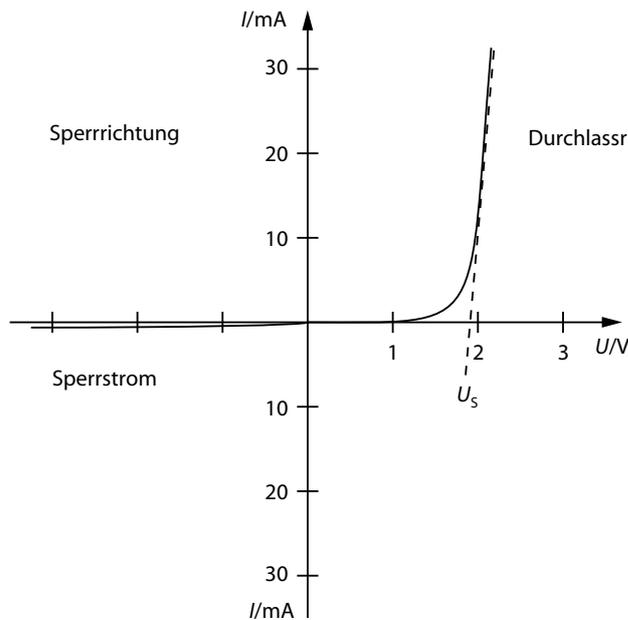


Abbildung 1: Kennlinie einer LED

Fließt bei einer LED in Durchlassrichtung Strom, so führt die Rekombination von Elektronen mit Löchern am pn-Übergang zur Aussendung von Licht. Bei der Rekombination „fällt“ ein Elektron aus dem Leitungsband (Minimum) des elektrisch angeregten Halbleiters in ein Loch im Valenzband (Maximum), wobei die Energie in Form eines Lichtquants (Photon mit der Frequenz  $f$ ) frei wird (siehe Abb. 2). Das Photon ist ein so genanntes Quasiteilchen, das wie ein Teilchen in der klassischen Physik durch zwei Größen, Energie und Impuls, charakterisiert wird. Allerdings ist der Impuls  $p_{\text{ph}}$  eines Photons sehr klein bzw. nahezu Null (Rechnen Sie selbst nach:  $p_{\text{ph}} = E_{\text{ph}}/c = hf/c = h/\lambda$ ). Wegen der Impulserhaltung können für LEDs deshalb nur direkte Halbleitermaterialien verwendet werden. Bei diesen liegen das Leitungsbandminimum und das Valenzbandmaximum im so genannten Impulsraum bei der gleichen Koordinate, sodass bei der Rekombination eines Elektrons mit einem Loch kein Impuls erzeugt bzw. verbraucht werden muss.

Die Energie des ausgesandten Lichtes  $E_{\text{ph}}$  hängt von der Größe der Bandlücke (energetischer Abstand zwischen Leitungsbandminimum und Valenzbandmaximum) der verwendeten Halbleitermaterialien ab, es gilt also

$$E_{\text{ph}} = E_{\text{Bandlücke}} \quad (1)$$

Aus der einsteinschen Beziehung  $E_{\text{ph}} = hf$ , wobei  $h$  das plancksche Wirkungsquantum ( $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ) ist, ergibt sich die Frequenz des Lichtes.

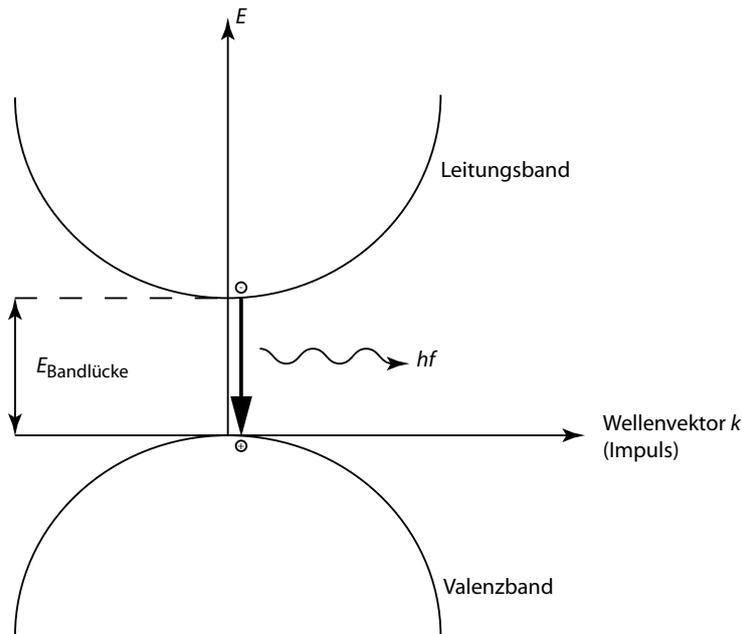


Abbildung 2: Rekombination eines Elektrons mit einem Loch unter Aussendung eines Photons (Darstellung im Impulsraum)

Die Wellenlänge bestimmt sich zu

$$\lambda = \frac{hc}{E_{\text{ph}}} = \frac{c}{f} \quad . \quad (2)$$

Je größer also die Bandlücke des Halbleitermaterials ist, um so energiereicher bzw. kurzwelliger sind die ausgesandten Photonen. Das Licht der Leuchtdiode ist relativ monochromatisch. Die spektrale Breite des ausgesandten Lichtes beträgt wenige 10 nm.

Leuchtdioden sind inzwischen aus verschiedenen Halbleitermaterialien herstellbar und daher in verschiedenen Farben von ultraviolett über blau, grün, gelb, orange, rot bis infrarot erhältlich. So genannte „weiße LEDs“ enthalten entweder drei LEDs (rot, grün und blau) auf einem Chip oder bestehen aus einer blauen Diode und einem Farbstoff, der einen Teil des blauen Lichtes in den grünen bis roten Spektralbereich umsetzt, sodass insgesamt weißes Licht emittiert wird.

Während eine Glühlampe (Temperaturstrahler mit kontinuierlichem Spektrum) nur wenige Prozent der elektrischen Energie in Licht umsetzt, arbeiten LEDs wesentlich effektiver. Ihre Vorteile sind die große Leuchtkraft bei geringem Stromverbrauch und die Lebensdauer von bis zu  $10^6$  Stunden. Preiswerte Standard-LEDs werden gewöhnlich mit 20 mA betrieben, es sind aber auch so genannte „low-current-LEDs“ mit Betriebsströmen von weniger als 5 mA und Leistungs-LEDs mit Betriebsströmen bis zu mehreren A verfügbar. Bei Letzteren sind zusätzliche Maßnahmen nötig, um die Verlustleistung (Wärme) abzuführen.

Eine Leuchtdiode beginnt bereits bei einem Bruchteil des maximal erlaubten Betriebsstroms zu leuchten. Den Spannungswert, bei dem der Strom in Durchlassrichtung merklich größer ist als der Sperrstrom, nennt man Schwellenspannung. Mit weiter steigender Spannung nimmt der Strom exponentiell und die Leuchtkraft stark zu. Die Schwellenspannung kann aus dem Schnittpunkt einer Tangente, die an den Kurvenverlauf der  $I(U)$ -Kennlinie (Abb. 1) oberhalb des Knickpunktes angelegt wird, bestimmt werden. Auf-

grund der exponentiell ansteigenden Kennlinie im Durchlassbereich führen daher Schwankungen der Betriebsspannung und eine Überschreitung des zulässigen maximalen Betriebsstroms oft zur sofortigen Zerstörung der LED. Eine LED sollte daher stets mit einem Vorwiderstand zur Strombegrenzung an eine Spannungsquelle angeschlossen werden oder mit einer Konstantstromquelle betrieben werden.

Die Lichterzeugung mittels Leuchtdioden könnte man als umgekehrten inneren photoelektrischen Effekt bezeichnen. Die Elektronen und Löcher rekombinieren am pn-Übergang, wobei die freiwerdende Energie als Photon ausgesendet wird. Auch hier gilt der Energiesatz: Man benötigt elektrische Energie  $W_{el} = eU$ , wobei  $U$  die an die LED angelegte Spannung ist, um ein Photon zu erzeugen. Gemäß (1) muss also  $eU \geq E_{ph} = E_{Bandkante}$  sein, damit die LED leuchtet. Für die Spannung  $U_S$ , bei der das Leuchten gerade einsetzt, die im folgenden Sichtschiwellenspannung ( $U_{Sicht}$ ) genannt wird, gilt dann

$$hf = eU_{Sicht} \quad . \quad (3)$$

### Aufgabenstellung

1. Ermitteln Sie mit Hilfe des USB-Spektrometers die Wellenlängen der an Ihrem Versuchsplatz befindlichen LEDs.
2. Entwerfen Sie eine Schaltung, um die rote LED mit einer 12 V-Spannungsquelle betreiben zu können, und berechnen Sie den Vorwiderstand. Beachten Sie dabei, dass die Betriebsspannung der roten LED 2 V beträgt und der maximale Betriebsstrom 20 mA.
3. Bauen Sie folgende Schaltung (Abb. 3) auf und messen Sie für alle LEDs die jeweilige Sichtschiwellenspannung  $U_{Sicht}$ . Beginnend bei  $U_{LED} = 0 \text{ V}$ <sup>1</sup>, drehen Sie dann die Spannung mit dem 10-Gang Potentiometer langsam hoch und beobachten Sie dabei das Einsetzen der Lumineszenz der LED im Dunkeln durch den Tubus.

<sup>1</sup> Überprüfen Sie diese Spannung vor Einbau der LED!

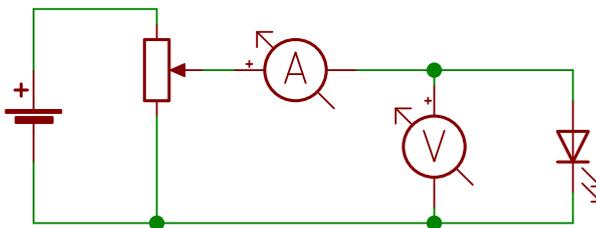


Abbildung 3: Schaltung zur Messung der Schwellenspannung von LEDs

Aus  $U_{Sicht}$  und  $\lambda$  kann  $h$  ermittelt werden.

Es ergibt sich aus (3) und (2):

$$\lambda = \frac{hc}{eU_{Sicht}} \quad \text{bzw.} \quad h = \frac{\lambda eU_{Sicht}}{c} \quad . \quad (4)$$

4. Wiederholen Sie Aufgabe 3 und messen Sie dabei kleinschrittig den Strom und die Spannung an der LED. Überschreiten Sie bitte nicht 20 mA. Stellen Sie die aufgenommenen Kennlinien grafisch dar und ermitteln Sie daraus grafisch die Schwellenspannung.

5. Berechnen Sie gemäß Gl. (4) jeweils aus den *Sichtschwellenspannungen* und Wellenlängen der einzelnen LEDs das plancksche Wirkungsquantum, bilden Sie einen Mittelwert oder führen Sie eine grafische Mittelung (grafische Darstellung  $U_{\text{Sicht}}$  als Funktion der Frequenz  $f$ ) durch. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Literaturwert und diskutieren Sie mögliche Ursachen für Abweichungen.
6. Wiederholen Sie Aufgabe 5 mit Ihren in Aufgabe 4 ermittelten Schwellenspannungen  $U_S$ .
7. Diskutieren Sie etwaige Abweichungen der beiden Messmethoden.

## TEIL II: Boltzmannkonstante

### Ziel des Versuches

Wie auch der Wert des planckschen Wirkungsquantums, wird die Boltzmann-Konstante zur Definition der SI-Einheiten verwendet und dient als Umrechnungsfaktor zwischen Energie und absoluter Temperatur. Zur Bestimmung ihres Zahlenwertes wird die grafische Auftragung der Strom-Spannungskennlinie eines Transistors bei verschiedenen Temperaturen verwendet.

### Theoretischer Hintergrund

Betrachtet man die Zone des pn-Übergangs eines Halbleiterbauelementes, wie z. B. einer Diode, so treten, auch ohne angelegte Spannung, in diesem Bereich verschiedene Ladungsträgerbewegungen auf. Diese dauern an, bis sich ein Ladungsgleichgewicht im Bereich der Grenzschicht einstellt. Details dazu finden Sie in der Versuchsanleitung zum Versuch E18.

Das Gleichgewicht bildet sich zwischen den freien p- und n-Ladungsträgern aus, die sich von dem jeweiligen Gebiet des Ladungsträgerüberschuss (p- bzw. n-Zone) in die Zone mit einem Defizit der jeweiligen Ladungsträgerart bewegen. Dieser Prozess wird als Diffusion bezeichnet. Die zurückbleibenden, ortsfesten Dotierungsatome sind dann ionisiert. Dadurch entsteht ein elektrisches Feld im Bereich des pn-Übergangs. Dies ist die sogenannte Raumladungszone, die im p-Kristall einen negativen und im n-Kristall einen positiven Pol besitzt. Entsprechend wird die resultierende Spannung als Diffusionsspannung  $\Phi_D$  bezeichnet. Sie wirkt der Bewegung der freien p- und n-Ladungsträger, also dem Diffusionsstrom entgegen, erzeugt aber selbst eine Ladungsträgerbewegung, die man als Driftstrom oder Eigenleitungsstrom  $I_0$  bezeichnet. Dieser setzt sich aus den Minoritätsladungsträgern zusammen, also aus den Löchern im n-Gebiet und den Elektronen im p-Gebiet. Die Energie  $E$  der freien Ladungsträger ist abhängig von der Temperatur des Systems, wobei sich die Häufigkeitsverteilung  $N(E)$  mit der Boltzmann-Statistik beschreiben lässt:

$$N(E) dE = \text{const} e^{-\frac{E}{kT}} dE \quad .$$

Es gibt also einen Anteil an Ladungsträgern, deren Energie mit  $E > e\Phi_D$  ausreichend ist, um die Potentialdifferenz  $\Phi_D$  zu überwinden und in den Bereich des pn-Übergangs als Diffusionsstrom  $I_D(\Phi_D)$  zu gelangen:

$$I_D(\Phi_D) = \text{const} \int_{e\Phi_D}^{\infty} N(E) dE = \text{const} ekT e^{-\frac{e\Phi_D}{kT}} .$$

Auf der anderen Seite tritt am pn-Übergang der Eigenleitungsstrom  $I_0$  auf, der sich, ohne von außen angelegter Spannung, im Gleichgewicht mit den Diffusionsstrom befindet ( $I_D(\Phi_D) = |I_0|$ ). Dieses Gleichgewicht wird durch Anlegen einer Spannung  $U$  in Durchlassrichtung verändert, wobei das dem Diffusionsstrom entgegengerichtete Potential um  $U$  reduziert wird.

Der Gesamtstrom  $I(U)$  entspricht der Differenz aus Diffusions- und Eigenleitungsstrom und wird durch die Shockley-Gleichung beschrieben:

$$I(U) = |I_0| \left( e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) .$$

Es kann angenommen werden, dass die Eigenleitung  $I_0$  in guter Näherung nicht von der angelegten Spannung beeinflusst wird. Daher könnte man annehmen, dass die Messung des Stroms einer Diode in Durchlassrichtung als Funktion der angelegten Spannung die Bestimmung des Quotienten  $\frac{e}{k}$  ermöglicht. Jedoch tragen bei einer realen Diode noch weitere Effekte zu dem gemessenen Strom bei, die abhängig von der Bau- und Betriebsart der Diode sind und in dem Faktor  $m$  zusammengefasst werden. Dadurch ändert sich die Gleichung zu:

$$I(U) = |I_0| \left( e^{\frac{eU}{mkT}} - 1 \right) .$$

Die Shockley-Gleichung kann auch für die Beschreibung eines Transistors verwendet werden (Details im Versuch E18), da der Basis-Emitter-Anschluss einem p-n-Übergang entspricht. Es konnte gezeigt werden, dass wenn der Kollektorstrom  $I_C$  des Transistors als Funktion der Spannung zwischen Basis und Emitter ( $U_{BE}$ ) gemessen wird, wobei die Spannung zwischen Kollektor und Basis konstant null ( $U_{CB}$ ) ist, die Shockley-Gleichung ohne Korrekturgröße verwendet werden kann. Damit kann die Shockley-Gleichung für den Kollektorstrom aufgestellt werden:

$$I_C = |I_0| \left( e^{\frac{eU_{BE}}{kT}} - 1 \right)$$

Für den Exponentialterm dieser Gleichung gilt bei Raumtemperatur  $e^{\frac{eU_{BE}}{kT}} \gg 1$ , daher kann die Näherung genutzt werden:

$$I_C \approx |I_0| e^{\frac{eU_{BE}}{kT}} .$$

### Experimenteller Aufbau

Ein npn-Silizium-Leistungstransistor (2N3055) befindet sich in einem beheizbaren Aufbau, dessen Temperatur geregelt werden kann, wobei der Temperatursensor direkt im Probenraum positioniert ist.

Beginnen Sie Ihre Messungen bei Raumtemperatur und stellen Sie danach die maximale Temperatur von 70 °C ein. Starten Sie die Messung erst nachdem sich die angezeigte Temperatur im Display nicht mehr ändert. Zur genauen Einstellung der Basis-Emitter-Spannung  $U_{BE}$  wird ein Spannungsteiler, mit einer Eingangsspannung von 3 V verwendet. Zunächst wird die

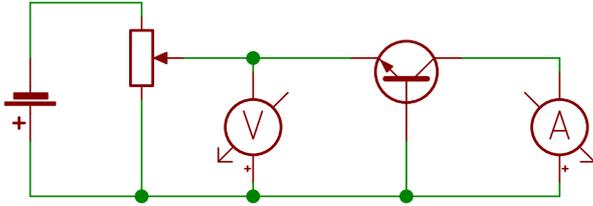


Abbildung 4: Elektrischer Aufbau

Schaltung nach Abbildung 4, ohne Transistor aufgebaut und das 1 kOhm Potentiometer so eingestellt, dass am Transistor eine maximale Spannung von 1,5 V anliegt (Voltmeter). Erst dann wird der Transistor in die Schaltung integriert. Der Kollektorstrom des Transistors wird in Abhängigkeit der Spannung  $U_{BE}$  von 0,3 V bis zu einer maximalen Spannung, die einem  $I_C \approx 50 \mu\text{A}$  entspricht, in geeigneten Schritten gemessen. Zur Messung der kleinen Ströme wird ein Tischmultimeter verwendet, mit dem der gemittelte Wert von  $I_C$  über eine Minute gemessen werden soll. Diese Funktion ist unter „Math“ -> „Statistics“ zu finden und zum Beginn jeder Messung muss die Funktion „clear readings“ gewählt werden. Die Zeit stoppen Sie manuell.

#### Aufgabenstellung:

1. Messen Sie für 3 verschiedene Temperaturen (Raumtemperatur, ca.  $70^\circ\text{C}$  und  $50^\circ\text{C}$ ) die  $I_C(U_{BE})$ -Kennlinie.
2. Fertigen Sie für die drei Temperaturen eine grafische Darstellung von  $\ln(I_C)$  in Abhängigkeit von  $U_{BE}$  an und bestimmen Sie aus der Steigung die Boltzmann-Konstante.
3. Bilden Sie den Mittelwert der berechneten Boltzmann-Konstanten und diskutieren Sie die Güte Ihres Ergebnisses im Vergleich zum Literaturwert.